

Análisis Funcional

Examen IX



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Análisis Funcional

Examen IX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Análisis Funcional.

Curso Académico 2023/24.

Grado Grado en Matemáticas.

Descripción Parcial 1.

Fecha 2 de noviembre de 2023.

Parte Estándar (hasta 8 puntos)

Ejercicio 1 (5 puntos). En el espacio de Banach $C[0, 1]$ se considera el funcional lineal φ definido por

$$\varphi(f) = \int_0^{1/2} f(t) \, dt - \int_{1/2}^1 f(t) \, dt \quad \forall f \in C[0, 1]$$

Probar que φ es continuo y calcular su norma.

Ejercicio 2 (5 puntos). Probar el Teorema de Hausdorff de 1932 (junto con su lema previo): *toda biyección lineal entre espacios normados de dimensión finita es un isomorfismo.*

Parte Extra (hasta 2 puntos)

Ejercicio 3. Justificar si el funcional φ del Ejercicio 1 alcanza o no su norma.

Ejercicio 4. Sea X un espacio normado y $T : X \rightarrow Y$ un operador lineal y continuo. Demostrar que si $\dim(T(X)) < \infty$ y $\ker T$ es proximal en X , entonces T alcanza su norma.